dr hab. inż. Stanisław SZWEDA, prof. Pol. Śl.
dr inż. Józef MARKOWICZ
dr inż. Marceli ŻOŁNIERZ
Politechnika Śląska

dr inż. Cezary DĘBEK
Instytut Inżynierii Materiałów Polimerowych i Barwników w Toruniu,
O. Elastomerów i Technologii Gumy w Piastowie

mgr inż. Andrzej WASILEWICZ
SADEX Sp. z o.o.

Wyznaczanie skali podobieństwa energii sprężystej przejmowanej przez sztuczne dno szybu

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono metodę wyznaczania skali podobieństwa modelowego – k_U energii sprężystej przejętej przez sztuczne dno szybu. Stosując metodę analizy wymiarowej określono energię sprężystą w postaci funkcji wykładniczej, której argumentami są trzy bezwymiarowe liczby kryterialne. Wartość wykładnika potęgowego – z, charakteryzującego tą funkcję wyznaczono analizując wyniki obliczeń dla trzech modeli MES sztucznego dna szybu, różniących się między sobą cechami geometrycznymi. Wyznaczona zależność skali podobieństwa modelowego – k_U od skal podobieństwa geometrycznego obiektu rzeczywistego i modelu umożliwi opracowanie kryteriów podobieństwa modelowego, charakteryzujących uderzenie spadającego ciała o sztuczne dno szybu.

S u m m a r y

The method for determination of the model similarity range – k_U of elastic energy absorbed by the artificial shaft bottom is presented. Using the dimensional analysis, the elastic energy was given in a form of exponential function with three dimensionless criteria numbers as the independent variables. The exponent – z, which characterizes the function, was determined basing on analysis of calculation results from three FEM models of shaft artificial bottom, which differed in geometric features. Determined correlation of the model similarity range - k_U with geometric similarity ranges of the real object and model will enable to develop the criteria of model similarity, which can characterize the impact of falling object on the shaft artificial bottom.

Słowa kluczowe: *sztuczne dno szybu, pomost bezpieczeństwa, warstwy elastomerowe, podobieństwo modelowe, analiza wymiarowa, symulacja komputerowa*

Keywords: *shaft artificial bottom, security shaft landing, elastomeric layers, model similarity, dimensional analysis, computer simulation*

1. Wprowadzenie

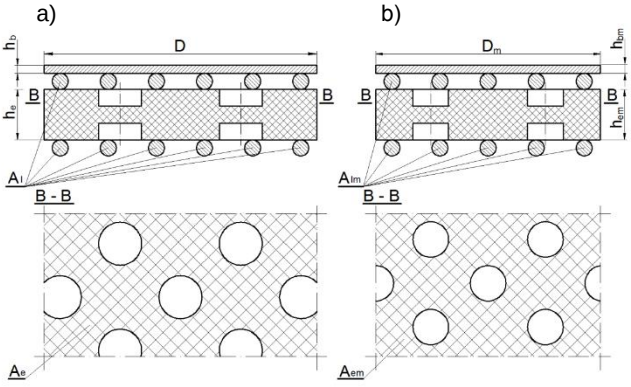
Istotnym etapem projektowania sztucznego dna szybu jest weryfikacja przyjętych założeń projektowych, a w szczególności zgodności parametrów zaprojektowanego dna szybu z wymaganiami bezpieczeństwa sformułowanymi w przepisach górniczych [4]. Biorąc pod uwagę techniczne możliwości doświadczalnej weryfikacji wymagań, na przykład w odniesieniu do nośności sztucznego dna szybu, należy stwierdzić, że walidacja zastosowanych modeli matematycznych jest możliwa wyłącznie za pomocą badań modelowych. Badania takie musza być prowadzone z zachowaniem kryteriów podobieństwa modelowego analizowanych zjawisk. Umożliwia to oszacowanie wartości rozpatrywanych wielkości fizycznych występujących w obiekcie rzeczywistym, na podstawie pomiarów wykonanych na modelu obiektu rzeczywistego. Określenie kryterium podobieństwa modelowego zjawisk występujących podczas uderzenia spadającego ciała w sztuczne dno szybu, wymaga wyznaczenia skał podobieństwa wielkości fizycznych charakteryzujących je. Jedną z niezbędnych skał podobieństwa jest skala podobieństwa energii sprężystej akumulowanej w ustroju nośnym sztucznego dna szybu.

W niniejszej publikacji przedstawiono sposób wyznaczania skali podobieństwa energii sprężystej z wykorzystaniem metody analizy wymiarowej oraz symulacji komputerowej obciążenia modelu sztucznego dna szybu.

2. Skala podobieństwa energii sprężystej ustroju nośnego sztucznego dna szybu

Rozpatrywane dno szybu ma budowę warstwową. Tworzą ją: sieci wzajemnie prostopadłych lin, zamoco-

wanych końcami do sztywnego stalowego pierścienia utwierdzonego w obudowie szybu oraz warstwy blach stalowych i przekładek wykonanych ze specjalnie opracowanego elastomeru na bazie surowców pochodzących z recyklingu, ułożone na sieciach linowych. Uproszczoną strukturę ustroju nośnego sztucznego dna szybu oraz jego model przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Cechy geometryczne ustroju nośnego sztucznego dna szybu (rys. 1a) oraz przyjętego modelu (rys. 1 b) [3]

Obiekt rzeczywisty, przedstawiony w lewej części rysunku, charakteryzują następujące parametry:

D – średnica sztucznego dna szybu, *m*
h_b – łączna grubość stalowych blach, *m*
A_l – sumaryczne pole przekroju lin zamontowanych w sztucznym dnie szybu (obliczone w przekrojach sztucznego dna szybu wzajemnie prostopadłymi płaszczyznami przechodzącymi przez oś pionową szybu), m^2
A_e – pole przekroju warstwy elastomeru płaszczyzną poziomą, m^2
h_e – łączna grubość warstw elastomeru, *m.*

Parametry charakteryzujące model sztucznego dna oznaczono dodatkowym indeksem $()_m$.

Rozpatrując problem podobieństwa modelowego energii sprężystej analizowanego układu mechanicznego przyjęto następujące założenia upraszczające:

1. Właściwości sprężyste układu charakteryzuje zastępczy moduł Younga – E_z, wyznaczany z zależności:

$$E_z = \frac{2E_z' \cdot E_b}{E_z' + E_b} \tag{1}$$

gdzie:

E_b – moduł sprężystości podłużnej blach, *Pa*
E_z' – zastępczy moduł sprężystości podłużnej lin i elastomeru, wyznaczany z zależności:

$$E_z' = \frac{2E_l \cdot E_e}{E_l + E_e} \tag{2}$$

gdzie:

E_l – moduł sprężystości podłużnej liny, *Pa*
E_e – moduł sprężystości podłużnej elastomeru, *Pa*

2. W modelu sztucznego dna szybu blachy będą wykonane ze stali.

3. Łączną grubość blach, pole przekroju lin i elastomeru w modelu będzie charakteryzowała skala podobieństwa geometrycznego k_{lb}, zwana skalą podobieństwa geometrycznego ustrojów nośnych.

$$k_{lb} = \frac{h_b}{h_{bm}} = \frac{h_e}{h_{em}} = \sqrt{\frac{A_e}{A_{em}}} = \sqrt{\frac{A_l}{A_{lm}}} \tag{3}$$

4. Podobieństwo wymiarów gabarytowych sztucznego dna szybu charakteryzuje skala podobieństwa geometrycznego – k_l o wartości innej niż skala podobieństwa geometrycznego ustrojów nośnych – k_{lb}.

$$k_l = \frac{D}{D_m} = \sqrt{\frac{A_d}{A_{dm}}} \tag{4}$$

Energię sprężystą – U sztucznego dna szybu można oszacować następująco:

$$U = U_b + U_l + U_e \cong \alpha_b \frac{F^2 \cdot D^2}{E_z \cdot h_b^2} + \alpha_l \frac{F^2 \cdot D}{E_z \cdot A_l} + \alpha_e \frac{F^2}{E_z \cdot A_e} h_e \tag{5}$$

gdzie:

F – siła dynamiczna działająca na sztuczne dno szybu, *N*
U_b – energia sprężysta zginanych blach, *J*
α_b – stały współczynnik, zależny od cech konstrukcyjnych warstw blach,
U_l – energia sprężysta rozciągania lin, *J*
α_l – stały współczynnik, zależny od cech konstrukcyjnych warstw lin,
U_e – energia sprężysta ściskania warstw elastomeru, *J*
α_e – stały współczynnik, zależny od cech konstrukcyjnych warstw elastomeru.

Zakładając stałą wartość współczynników: α_b, α_l i α_e, zależnych od postaci konstrukcyjnej elementów sztucznego dna szybu oraz stałą wartość skal podobieństwa geometrycznego – k_l i k_{lb} można równanie (5) przekształcić do postaci:

$$U = \frac{F^2 \cdot \mathrm{D}}{E_z \cdot A_l} \cdot \left[\alpha_b \frac{\mathrm{D}A_l}{h_b^3} + \alpha_l + \alpha_e \cdot \frac{h_e A_l}{A_e D}\right] = \frac{F^2 \cdot \mathrm{D}}{E_z \cdot A_l} \cdot \beta_u \tag{6}$$

gdzie:

$$\beta_u = \alpha_b \frac{DA_l}{h_b^3} + \alpha_l + \alpha_e \frac{h_e A_l}{A_e D} \tag{6.1}$$

W przypadku stałej wartości obu skal – k_l i k_{lb} podobieństwa geometrycznego, stosując metodę analizy wymiarowej [2] można przedstawić energię sprężystą sztucznego dna szybu w postaci jednorodnej funkcji (7):

$$f(F, A_d, A_l, h_b, E_z) = 0 \tag{7}$$

Przyjmując następnie za podstawowe wielkości wymiarowe: F – zewnętrzne obciążenie dynamiczne sztucznego dna szybu oraz $\mathrm{h_b}$ – łączną grubość blach

i korzystając z twierdzenia Buckinghama [2], przekształcono zależność (7) do postaci zależnej od trzech bezwymiarowych liczb kryterialnych K_1, K_2 i K_3.

$$f(K_1, K_2, K_3) = 0 \tag{8}$$

gdzie:

$$K_1 = A_d \cdot F^{a_1} \cdot h^{b_1} \tag{9}$$

$$K_2 = E_z \cdot F^{a_2} \cdot h^{b_2} \tag{10}$$

$$K_3 = A_l \cdot F^{a_3} \cdot h^{b_3} \tag{11}$$

Wykładniki potęgowe a_1, b_1, …, b_3 wyznacza się z równań wymiarowych wynikających z zależności (9) ... (11).

Ostatecznie otrzymano:

$$K_1 = \frac{A_d}{h_b{}^2} \tag{12}$$

$$K_2 = \frac{E_z \cdot h_b{}^2}{F} \tag{13}$$

$$K_3 = \frac{A_l}{h_b{}^2} \tag{14}$$

Korzystając z twierdzeń analizy wymiarowej można zależność (8) przekształcić do postaci:

$$F = E_z \cdot A_d \cdot \left(\frac{A_d}{h^2}\right)^x \cdot \left(\frac{A_l}{A_d}\right)^y \tag{15}$$

Wartości wykładników x i y wyznacza się na podstawie doświadczenia.

Korzystając z zależności (15) można określić obciążenie dynamiczne modelu ze wzoru:

$$F_m = E_{zm} \cdot A_{dm} \cdot \left(\frac{A_{dm}}{h_{bm}{}^2}\right)^x \cdot \left(\frac{A_{lm}}{A_{dm}}\right)^y \tag{15.1}$$

Analogicznie w przypadku obiektu rzeczywistego można zapisać:

$$F_r = E_{zr} \cdot A_{dr} \cdot \left(\frac{A_{dr}}{h_b{}^2}\right)^x \cdot \left(\frac{A_{lr}}{A_{dm}}\right)^y \tag{15.2}$$

Po uwzględnieniu zależności określających skale podobieństwa otrzymano:

$$F_r = E_{zm} \cdot k_E \cdot A_{dm} \cdot k_l{}^2 \left(\frac{A_{dm} \cdot k_l{}^2}{(h_{bm} \cdot k_{lb})^2}\right)^x \cdot \left(\frac{A_{lm} \cdot k_{lb}{}^2}{A_{dm} \cdot k_l{}^2}\right)^y \tag{15.3}$$

gdzie:

k_E – skala podobieństwa zastępczych modułów Younga

$$k_E = \frac{E_{zr}}{E_{zm}}$$

Stąd:

$$F_r = k_E \cdot k_l{}^{2(1+x-y)} \cdot k_{lb}{}^{2(y-x)} \cdot F_m$$

Ostatecznie skalę – k_F podobieństwa sił dynamicznych określa zależność:

$$k_F = \frac{F_r}{F_m} = k_E \cdot k_l{}^{2(1+x-y)} \cdot k_{lb}{}^{2(y-x)} \tag{16}$$

Postępując analogicznie, korzystając z równania (6), wyznaczono skalę podobieństwa energii sprężystej ustroju nośnego sztucznego dna szybu:

$$k_U = \frac{k_F{}^2 \cdot k_l}{k_E \cdot k_{lb}{}^2} \alpha_U = \frac{\left[k_E \cdot k_l{}^{2(1-z)} \cdot k_{lb}{}^{2z}\right]^2 \cdot k_l}{k_E \cdot k_{lb}{}^2} \alpha_U \tag{17}$$

gdzie:

$$z = y - x$$

α_U – współczynnik energii sprężystej

$$\alpha_U = \frac{\beta_{u\,r}}{\beta_{u\,m}}$$

$\beta_{u\,r}$ – współczynnik β_u wyznaczony z zależności (6.1) dla obiektu rzeczywistego,

$\beta_{u\,m}$ – współczynnik β_u obliczony dla modelu.

Stąd:

$$k_U = k_E \cdot k_l{}^{(5-4z)} \cdot k_{lb}{}^{(4z-2)} \alpha_U \tag{18}$$

Wartość wykładnika potęgowego – z należy wyznaczyć doświadczalnie.

3. Wyznaczanie wykładnika potęgowego – z na podstawie symulacji komputerowych

Przekształcając wzór (18) można wyznaczyć wartość wykładnika potęgowego – z jako funkcję skal podobieństwa wielkości fizycznych charakteryzujących sztuczne dno szybu i jego model. Po przekształceniach otrzymano:

$$z = \frac{\log \frac{k_U \cdot k_{lb}{}^2}{k_l{}^5 \cdot k_E \cdot \alpha_V}}{4 \cdot \log \frac{k_{lb}}{k_l}} \tag{19}$$

gdzie:

k_U – skala podobieństwa energii sprężystej ustroju nośnego sztucznego dna szybu,

k_l – skala podobieństwa geometrycznego,

k_{lb} – skala podobieństwa geometrycznego ustrojów nośnych sztucznego dna szybu,

k_E – skala podobieństwa zastępczych modułów Younga układu,

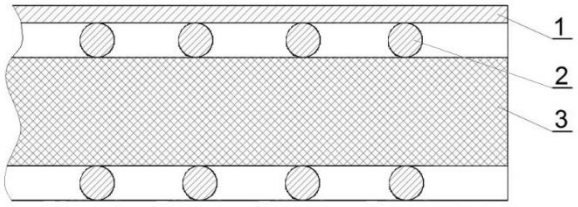
α_U – współczynnik energii sprężystej.

Skalę podobieństwa – k_U obliczono, wyznaczając energię sprężystą przejętą przez różne modele sztucznego dna szybu, zbudowane metodą elementów skończonych. W tym celu analizowano:

– wyniki obliczeń modelu sztucznego dna o średnicy 8500 mm, zbudowanego łącznie z: 6 warstw dotyczących rodzaju i cech materiałowych zastosowanych elementów skończonych, warunków brzegowych oraz modelu obciążenia zewnętrznego

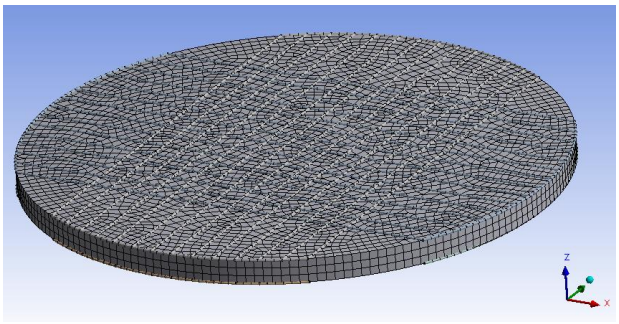
przedstawiono w [1]. Wyznaczając wartość skali podobieństwa – k_U model ten traktowano jako obiekt rzeczywisty;

– wyniki obliczeń dwóch uproszczonych modeli sztucznego dna o średnicy, wynoszącej odpowiednio: 1000 mm oraz 500 mm. Każdy model był zbudowany z dwóch warstw sieci linowych, warstwy blach stalowych oraz warstwy elastomeru. Szczegółowy opis budowy modeli, przyjętych założeń upraszczających oraz uzyskane wyniki obliczeń przedstawiono w [3]. Schematyczny przekrój analizowanego modelu przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Schematyczny przekrój uproszczonego modelu sztucznego dna szybu [3].
1 – blacha stalowa, 2 – liny stalowe, 3 – warstwa elastomeru

Przykładowo na rysunku 3 przedstawiono dyskretyzację uproszczonego modelu sztucznego dna szybu o średnicy 500 mm.



Rys. 3. Dyskretyzacja modelu [3]

Liny zamodelowano elementami belkowymi, blachę spoczywającą na górnej warstwie lin – elementami powłokowymi, natomiast warstwę elastomeru – elementami bryłowymi. Interakcję pomiędzy poszczególnymi warstwami modelu zapewniono za pomocą tarciowych elementów kontaktowych charakteryzowanych przez współczynnik tarcia pomiędzy blachą a linami, wynoszący μ=0,15. Przyjęto, że współczynnik tarcia pomiędzy elastomerem a linami, wynosi μ=0,40. Wprowadzono następujące warunki brzegowe:

– obciążenie w postaci ciśnienia przyłożono na powierzchni blachy górnej ograniczonej kołem o średnicy 90 mm,

– odebrano wszystkie składowe przemieszczenia na końcach lin.

Na podstawie wyników symulacji komputerowych zamieszczonych w [1] oszacowano, że energia sprężysta modelu o średnicy 8500 mm, wynosi $5{,}0 \cdot 10^5$ J, co stanowi 1% całkowitej energii odkształcenia modelu. Energia sprężysta przejęta przez uproszczone modele sztucznego dna, wynosi: 487,0 J w przypadku modelu o średnicy 1000 mm oraz 43,47 J w przypadku modelu o średnicy 500 mm [3].

W tabeli 1 zestawiono wartości skal podobieństwa charakteryzujących podobieństwo wielkości fizycznych i cech geometrycznych modeli o średnicy: 1000 mm i 500 mm do analogicznych wielkości charakteryzujących model sztucznego dna szybu o średnicy 8500 mm, traktowany jako obiekt rzeczywisty.

Zestawienie wyników obliczeń skal podobieństwa i wykładnika potęgowego – z [3]

Tabela 1

Średnica obiektu rzeczywistego 8500 mm		
Średnica modelu, mm	1000	500
k_l	8,5	17
k_{lbs}	100	200
k_{lbl}	19,68	27,82
k_{lbe}	33,33	66,67
k_{lb}	75,76	148,04
k_E	0,9996	0,9996
k_U	$1{,}027 \cdot 10^3$	$1{,}150 \cdot 10^4$
α_U	$4{,}71 \cdot 10^{-3}$	$2{,}35 \cdot 10^{-3}$
z	1,171	1,297

Jakkolwiek cechy materiałowe blach i elastomeru we wszystkich modelach są identyczne, to ze względu na przyjęte różne wartości modułów Younga lin w modelu o średnicy 8500 mm (obiekt rzeczywisty) i w modelach uproszczonych, skala podobieństwa – k_E modułów Younga ma wartość różną od 1,0.

Ponieważ modele o średnicy 1000 mm i 500 mm mają mniejszą liczbę warstw niż model traktowany w obliczeniach jako obiekt rzeczywisty, to wartość skali podobieństwa – k_{lb} cech geometrycznych ustrojów nośnych określono jako średnią ważoną skal podobieństwa lin – k_{lbl}, blach – k_{lbs} i elastomeru – k_{lbe} wyznaczonych z zależności (3). Jako współczynnik wagowy przyjęto udział energii sprężystej poszczególnych składników ustroju nośnego w jego całkowitej energii sprężystej, wyznaczonej z analizy modelu MES o średnicy, wynoszącej 8500 mm.

Jeżeli przyjąć, że wartość wykładnika potęgowego – z jest równa średniej arytmetycznej wykładników podanych w tabeli 1 i wynosi:

$$z = 1{,}234$$

to związek pomiędzy skalą podobieństwa energii sprężystej, i pozostałymi skalami podobieństwa modelowego określa zależność, wynikająca ze wzoru (18):

$$\mathrm{k_U} = k_E \cdot \mathrm{k_l}^{0,064} \cdot \mathrm{k_{lb}}^{2,936} \alpha_U \qquad (20)$$

Zaplanowane dalsze badania, a w szczególności badania stanowiskowe modeli sztucznego dna szybu umożliwią precyzyjniejsze ustalenie wartości wykładnia potęgowego – z, a tym samym zależności (20).

4. Podsumowanie

Doświadczalne sprawdzenie właściwości sztucznego dna szybu z wykorzystaniem badań modelowych jest możliwe pod warunkiem zachowania kryteriów podobieństwa modelowego zjawisk charakteryzujących uderzenie spadającego ciała w ustrój nośny sztucznego dna szybu. Kryteria te określają związki pomiędzy skalami podobieństwa poszczególnych wielkości fizycznych i cech geometrycznych obiektu badań.

Skala podobieństwa $\mathrm{k_U}$ – energii sprężystej przejętej przez sztuczne dno szybu, jest jedną spośród trzech skal podobieństwa wielkości fizycznych występujących w kryterium podobieństwa modelowego uderzenia ciała w sztuczne dno szybu. Związek tej skali podobieństwa ze skalami – $\mathrm{k_l}$ i $\mathrm{k_{lb}}$ podobieństwa geometrycznego obiektu rzeczywistego i modelu sztucznego dna szybu ma istotne znaczenie przy projektowaniu modelu przeznaczonego do badań stanowiskowych oraz przy określaniu sił działających na obiekt rzeczywisty na podstawie pomiarów wykonanych na modelu.

W niniejszej pracy wyznaczono zależność pomiędzy skalami podobieństwa $\mathrm{k_U}$, $\mathrm{k_l}$ i $\mathrm{k_{lb}}$ na podstawie analizy wyników obliczeń wykonanych z wykorzystaniem modeli MES sztucznego dna o różnych cechach geometrycznych. Precyzyjniejsze określenie tej zależności, w szczególności wartości wykładnika potęgowego – z będzie możliwa po wykonaniu badań stanowiskowych.

Literatura

1. Dębek C.: *Analiza uderzenia. Linowy pomost bezpieczeństwa. Część 2*. materiały nie publikowane. Instytut Inżynierii Materiałów Polimerowych i Barwników w Toruniu, O. Elastomerów i Technologii Gumy w Piastowie, Piastów 2013
2. Müller L.: *Zastosowanie analizy wymiarowej w badaniach modeli.* PWN, Warszawa 1983.
3. Szweda S. i in.: *Kryteria podobieństwa modelowego w badaniach modelowych sztucznego dna szybu* materiały nie publikowane, Instytut Inżynierii Materiałów Polimerowych i Barwników w Toruniu, O. Elastomerów i Technologii Gumy w Piastowie, 2014 r.
4. Rozporządzenie Ministra Gospodarki z dnia 28.06.2002 r. w sprawie bezpieczeństwa i higieny pracy, prowadzenia ruchu oraz specjalistycznego zabezpieczenia przeciwpożarowego w podziemnych zakładach górniczych, znowelizowane dnia 09.06.2006 r. z późniejszymi zmianami. Dz. U. z 2002 r. nr 139 poz. 1169, Dz. U. z 2006 r. nr 124 poz. 863.

Podziękowania

Niniejsza praca została wykonana w ramach projektu badawczego (nr wniosku 177848, numer umowy PBS1/B2/1/2012) pt.: "Elastomerowe warstwy tłumiące w sztucznych dnach szybów górniczych" Programu Badań Stosowanych, finansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju.

Artykuł wpłynął do redakcji w maju 2015 r.